

## La communication des idées scientifiques dans le second tiers du XVII<sup>e</sup> siècle au travers de l'œuvre de Pierre de Fermat

Roger Paintandre

---



### Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/baroque/595>

DOI : [10.4000/baroque.595](https://doi.org/10.4000/baroque.595)

ISSN : 2261-639X

### Éditeur :

Centre de recherches historiques - EHESS, Éditions Cocagne

### Édition imprimée

Date de publication : 15 janvier 1987

ISSN : 0067-4222

### Référence électronique

Roger Paintandre, « La communication des idées scientifiques dans le second tiers du XVII<sup>e</sup> siècle au travers de l'œuvre de Pierre de Fermat », *Baroque* [En ligne], 12 | 1987, mis en ligne le 30 juillet 2013, consulté le 11 juin 2020. URL : <http://journals.openedition.org/baroque/595> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/baroque.595>

---

Ce document a été généré automatiquement le 11 juin 2020.

© Tous droits réservés

---

# La communication des idées scientifiques dans le second tiers du xviii<sup>e</sup> siècle au travers de l'œuvre de Pierre de Fermat

Roger Paintandre

---

- 1 Il ne peut y avoir de progrès scientifique, il ne peut même y avoir de science sans communication des idées et des découvertes : une découverte que son auteur emporte avec lui est non avenue. À toutes les époques, les savants ont ressenti la nécessité de faire plus ou moins connaître leur pensée, et de recevoir les idées des autres, bien que cette nécessité ait été parfois contrariée par des contraintes extra-scientifiques.
- 2 Le problème de la communication est double. Le monde savant doit, d'une part, jouir, pour faire circuler les idées, de moyens matériels suffisants. D'autre part cette communication ne peut s'obtenir que par le truchement d'un langage apte à véhiculer la pensée scientifique ; et pour cet usage, la langue vernaculaire, la langue du parler quotidien s'avère vite insuffisante. Nous allons aborder ces deux aspects à propos de l'œuvre de Pierre de Fermat, dans les circonstances particulières de son époque.

## Organisation matérielle de la communication

- 3 Le savant français, le mathématicien par exemple, qui veut aujourd'hui faire savoir ce qu'il fait, dispose de nombreux moyens : depuis les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, et les revues spécialisées, propres à montrer des résultats partiels qui permettent de suivre les cheminements successifs de la pensée, jusqu'à l'impression de thèses ou l'édition d'ouvrages dans telle ou telle collection, convenant mieux à des œuvres importantes longuement élaborées, ses possibilités sont grandes.
- 4 Il n'en était pas ainsi jadis. Certes, depuis la découverte au xv<sup>e</sup> siècle de l'imprimerie, l'impression d'un traité donnait un moyen de diffusion important. C'était un moyen

lourd et coûteux. Plus que de nos jours, une telle édition était l'aboutissement d'une vie scientifique, la somme des travaux de son auteur, plutôt que la communication des idées au jour le jour. Fermat n'a rien fait imprimer de son vivant, et la seule édition de quelques-unes de ses œuvres – et pas les plus importantes pour l'avenir – fut exécutée par les soins de son fils après sa mort. Certes il est dans son siècle un exemple extrême, mais il témoigne justement que la circulation et la discussion – parfois féroce – des idées, se fait à cette époque par une autre voie que celle de l'imprimerie.

- 5 Or cette période, qui de 1625 à 1665 dépasse un peu le second tiers du xvii<sup>e</sup> siècle, celle où Fermat est actif, voit se développer assez brusquement un immense désir de communication des idées. Par rapport au siècle précédent, naît tout à coup un besoin nouveau. Je ne veux pas en examiner ici toutes les causes. Je dirai un mot de l'une d'elles, qui me semble la principale et qui réside en un brusque changement de la condition sociale du savant.
- 6 Assez ralentie pendant le Moyen Âge, la science s'est réveillée avec la Renaissance, les grandes découvertes géographiques, et la mutation des mentalités après la Réforme et la Contre-réforme. Mais malgré ce réveil, la situation du savant au xvi<sup>e</sup> siècle reste celle d'un employé, et d'un employé qui se livre à une besogne de nature vile, méprisée tant par la noblesse que par la bourgeoisie riche, et cela en France encore plus qu'ailleurs. Ce savant est donc le plus souvent de basse extraction: Copernic est fils d'un boulanger, Képler d'un cabaretier, Bernard Palissy, qui n'est pas seulement un artiste fabricant des émaux, mais surtout un savant minéralogiste et chimiste, est fils de paysan; les mathématiciens italiens Tartaglia et Ferrari, qui résolvent les équations du troisième et du quatrième degré, sont d'origine misérable.
- 7 Ce savant n'a pu s'élever, et ne peut continuer à vivre, que sous un protecteur qui est en général l'Église ou un grand de ce monde. Copernic est chanoine; les deux italiens dont j'ai parlé, sont, sort fréquent, professeurs dans une université, qui bien entendu dépend de l'Église. Le flamand Mercator est le médecin-astrologue-géographe de Charles-Quint; le physicien et algébriste Stévin, au service des princes d'Orange, est ingénieur des digues de la Hollande. Pour tous ces gens, leur savoir, qui fait qu'on les emploie, est leur gagne-pain; leurs découvertes sont leurs secrets de fabrication: ils songent mal à en faire bénéficier d'éventuels concurrents. Puis il faut éviter de déplaire à qui vous protège. Le procès de Galilée en est un exemple tardif. Lorsque Mercator invente le type de cartes marines qui porte encore son nom, il s'agit avant tout d'un secret stratégique pour la marine espagnole et ce secret doit être gardé en principe aussi bien – ou aussi mal – que les plans de Concorde à ses débuts.
- 8 Alors certes le savoir finit par se transmettre. D'abord parce que peu à peu tout se sait. Puis le savant publie sa somme, en fin de carrière, quand il ne risque plus rien. Mais au jour le jour, on n'a guère le désir de faire circuler les découvertes, mais plutôt de les cacher. Encore un exemple tardif avec Galilée, qui est à cheval sur l'époque du changement de mentalité: Ayant inventé sa lunette, il la braque sur Saturne et en découvre les anneaux, qu'il n'identifie pas d'ailleurs comme tels, mais qu'il prend pour des bosses de l'astre. Il écrit une phrase latine signifiant: « J'ai découvert que la planète supérieure est tri-jumelle »; il en fait un anagramme en mettant d'abord tous les « a » puis les « b », les « c », etc., et il envoie cet anagramme à plusieurs savants qui bien entendu ne peuvent le décrypter. Des années plus tard, un autre astronome découvrant à nouveau ces anneaux, Galilée peut donner la solution de son énigme, ce qui prouve son antériorité.

- 9 Vers 1620/30 les choses changent : Les progrès de l'instruction suscitent un public cultivé plus abondant dans la petite noblesse et la bourgeoisie riche, et de ce public sortent des savants : Desargues, Descartes, Pascal, sont issus de la petite noblesse militaire ou parlementaire. Fermat naît d'un père riche marchand de Beaumont-de-Lomagne, et sa mère sort d'une famille parlementaire de Toulouse ; il est lui-même Conseiller au Parlement de cette ville. Ces gens ont du bien, des revenus, et pour eux, la science n'est en rien le moyen de vivre. Elle est un passe-temps, un « hobby », dirions-nous, qui peut tourner à la passion. Il en résulte d'abord un détachement, parfois affecté avec coquetterie, par rapport à leurs travaux scientifiques. Descartes, répondant à un savant allemand qui lui demande en 1642 communication de l'une de ses découvertes d'algèbre, lui écrit :
- J'ai si fort éloigné mes pensées de l'algèbre, qu'il faut que je me contente de vous dire ce dont je me souviens... Mais comme je n'ai jamais fait beaucoup d'état de ces choses, je n'en ai rien gardé par écrit.
- 10 Pascal, après un projet avorté de rencontre avec Fermat, lui écrit pour lui dire qu'il regrette de ne pas l'avoir rencontré, et poursuit :
- Je vous dirai aussi que, quoique vous soyez celui de toute l'Europe que je tiens pour le plus grand géomètre ce ne serait pas cette qualité-là qui m'aurait attiré, mais que je me figure tant d'esprit et d'honnêteté en votre conversation, que c'est pour cela que je vous rechercherais. Car, pour vous parler franchement de la Géométrie, je la trouve le plus haut exercice de l'esprit, mais en même temps je la connais pour si inutile, que je fais peu de différence entre un homme qui n'est que géomètre et un habile artisan.
- 11 Fermat lui-même marque le peu d'importance réelle qu'il attache à ses découvertes, bien qu'il soit prêt à les défendre avec acharnement, non seulement en ne publiant rien d'imprimé, mais même en négligeant de rédiger des démonstrations difficiles :
- 12 Lisant l'Arithmétique du grec Diophante, il mentionne dans les marges du livre des théorèmes supplémentaires qu'il découvre, en écrivant « qu'il en a une admirable démonstration que la marge est trop étroite pour contenir ». Les mathématiciens retrouvent ces démonstrations des années après avec peine, et l'une d'elle reste à trouver.
- 13 Il va donc de soi que ces savants amateurs (et ce mot ne minimise en rien leur génie) ne voient que des avantages à échanger leurs idées, et ils sont pris d'une frénésie de communication. Pour le faire au fur et à mesure de la recherche ils n'ont qu'un moyen : les lettres ; ils écrivent beaucoup ; mais à moins de longues et fastidieuses heures de recopiage, la lettre n'atteint qu'un seul correspondant. Il se trouve que là, le besoin a créé l'organe : L'un de ces savants, un condisciple de Descartes, Marin Mersenne, est moine au couvent des Minimes de la Place Royale à Paris. Vers les années 30, il prend l'habitude de correspondre avec toute l'Europe savante ; il met sous ses ordres une armée de moines auxquels il fait recopier les lettres qu'il reçoit en de nombreux exemplaires qu'il renvoie à ses autres correspondants. Il devient un bureau officieux de diffusion de la vie scientifique qui s'avère bien vite indispensable, si bien qu'après sa mort, la nécessité, maintenant évidente, de la diffusion qu'il assurait, amène Colbert à créer, en 1666, l'Académie des Sciences qui reprend, sous forme officielle, son rôle.
- 14 Un intéressant témoignage de cette diffusion épistolaire des idées scientifiques se trouve depuis 1966 à la Bibliothèque Municipale de Toulouse. Il s'agit d'un cahier manuscrit, constitué semble-t-il par le mathématicien romain Micheleangelo Ricci, d'une quinzaine d'années plus jeune que Fermat. Il consignait dans ce cahier en les recopiant,

parfois en les traduisant en italien, les lettres qui lui paraissaient contenir les résultats nouveaux les plus importants. Peut-être transmettait-il à son tour à d'autres ces lettres qu'il recevait de Mersenne probablement, en ce qui concerne les textes de Descartes ou de Fermat, ou d'autres correspondants lui écrivant directement. À côté de textes de Descartes, Galilée, Torricelli, Roberval et autres, ce cahier contient un grand nombre de textes de Fermat, et pour certains d'entre eux, il est le seul exemplaire de copie faite du vivant du Toulousain que nous ayons. En effet, l'Œuvre de Fermat est connue, en dehors de rarissimes autographes, et de ce que contient l'édition faite par son fils, uniquement par des copies, voire des copies de copies souvent tardives : Ainsi, au début du xix<sup>e</sup> siècle, sous le Consulat, on fit faire des copies des textes de Fermat qui restaient depuis Mersenne dans les archives du couvent des Minimes de Paris. Heureuse initiative, car le couvent fut incendié quelques années plus tard et ces archives disparurent.

- 15 L'absence de publication imprimée des plus importantes des découvertes de Fermat qui restèrent ainsi confinées dans des archives ou des fonds de bibliothèques privées, eut un rôle très négatif dans le progrès des mathématiques au xvii<sup>e</sup> siècle. Elle empêcha d'abord que l'on mette pendant longtemps Fermat à la place qui était la sienne, la première, comme disait Pascal, parce que l'on attribua à d'autres ses découvertes : Ainsi en 1786, le dictionnaire de Panckoücke dit de Fermat :

Il avait des connaissances et du talent... Mais son nom s'éclipse devant le grand nom de Descartes. On a cependant essayé dans ces derniers temps de lui donner une plus grande existence, et de partager l'empire entre Descartes et lui, mais les idées étaient fixées, et ne paraissent pas avoir été changées.

Ainsi c'est à Descartes et à son traité de « Géométrie » publié en 1637 (avec le Discours de la Méthode et la Dioptrique) que l'on attribue l'invention de la « Géométrie analytique » qui étudie les points d'un plan en les représentant par des coordonnées (que nous appelons encore « cartésiennes ») par rapport à deux axes. Cependant, un an auparavant, Fermat utilisait ces coordonnées, dans son traité « *Ad locos planos et solidos isagoge* » (qui figure dans le cahier de Ricci) rendu « public » par lettres, mais jamais imprimé, et où il allait plus loin que Descartes, traitant non seulement le plan, mais l'espace, ayant la notion de la « *propriété caractéristique* » d'une courbe ou d'une surface qu'est son équation, et discutant déjà les surfaces du second degré.

- 16 De même c'est à Pascal que l'on attribue l'invention unique du Calcul des Probabilités, alors que Fermat - et Pascal le reconnaissait - y participa autant que lui. Certes, ces questions de priorité sont de faible importance au regard du développement de la science et il ne faut pas leur consacrer plus de temps qu'elles ne le méritent. Mais il y a plus grave.
- 17 Étudiant tous deux les courbes planes par le moyen des coordonnées relatives à deux axes, Descartes et Fermat se posèrent, indépendamment l'un de l'autre, le problème important de la recherche de la tangente en un point d'une telle courbe. Descartes aborda la question par une voie purement algébrique et, quoique remarquable, de portée restreinte. Fermat, par une découverte infiniment plus riche d'avenir, imagina ce qui devait plus tard s'appeler la « différentielle » d'une fonction et l'appliqua au problème, ainsi qu'à la très grande question des maximums et des minimums. Mais son traité « *De Maximis et Minimis* » (qui figure également dans le cahier de Ricci) fut ensuite oublié ; ni Newton ni Leibnitz n'en avaient, semble-t-il, connaissance lorsqu'une quarantaine d'années plus tard ils réinventèrent ces notions, en les développant, certes avec beaucoup plus d'ampleur, dans ce qui devint le « Calcul différentiel ». Mais il est certain que si les travaux géniaux de Fermat dans cette voie neuve avaient été mieux

diffusés, le monde mathématique en aurait tiré conséquences et développements beaucoup plus tôt, et l'évolution des mathématiques, et par voie de conséquence de la mécanique et de la physique, en aurait été accéléré.

## La querelle entre Fermat et Descartes

- 18 Le mécanisme de communication scientifique que je viens de décrire n'allait pas sans quelques ratés : la célèbre querelle entre Fermat et Descartes en est un exemple. Elle me permettra de mieux parler ensuite du second aspect de la communication des idées scientifiques, celui de la langue adaptée à cet usage.
- 19 Cette querelle commença en janvier 1637. Descartes préparait la publication des ouvrages dont j'ai déjà parlé, et en particulier de son traité d'optique intitulé « Dioptrique ». Il y énonçait les lois de la réflexion et de la réfraction que nous appelons encore « Lois de Descartes » ; mais il accompagnait l'exposé de ces lois par une tentative erronée d'explication théorique, fondée sur l'idée fautive (et a priori peu vraisemblable) que la lumière allait *plus vite* dans les corps transparents que dans le vide. Pour tâter le terrain, il envoie à Mersenne des extraits de cet ouvrage à paraître, et en réponse à de premières remarques de celui-ci, il lui dit de façon non équivoque la raison de ces « bonnes feuilles » ; il lui écrit :
- Je vous ai beaucoup d'obligations des objections que vous m'écrivez, et je vous supplie de continuer à me mander toutes celles que vous ouïrez, et ce de la façon la plus désavantageuse pour moi qu'il se pourra ; ce sera le plus grand plaisir que vous me puissiez faire, car je n'ai point coutume de me plaindre pendant qu'on panse mes blessures, et ceux qui me feront la faveur de m'instruire, et ceux qui m'enseigneraient quelque chose me trouveront toujours fort docile.
- 20 Ce sont là propos de convention, Mersenne fait son travail habituel, envoie des copies partout, entr'autres chez Fermat. Or celui-ci avait déjà réfléchi au problème fondamental de la propagation de la lumière et, en s'appuyant sur l'idée (correcte) que celle-ci va *moins vite* dans les corps transparents que dans le vide, il avait énoncé le principe qui contient en lui toute l'optique géométrique (encore appelé Principe de Fermat) et qui peut approximativement s'exprimer ainsi en simplifiant : Dans un milieu transparent quelconque, pour aller d'un point à un autre, la lumière suit le trajet qu'elle met le moins de temps à parcourir.
- 21 Fermat conteste donc – et à juste titre – les idées de Descartes sur la vitesse de la lumière, ce qui l'entraîne – à tort – à contester les Lois de Descartes. Malgré ses nobles désirs précédemment exprimés, Descartes est outré. Cet esprit de premier ordre était irascible et jaloux. Il se persuade que les objections de Fermat étaient à la fois l'expression d'une vanité incompétente (« M. Fermat est gascon », disait-il, « moi pas ! ») et une tentative de sabotage de son traité à paraître.
- 22 Pour l'apaiser, Fermat, brave homme, lui envoie son traité « *De Maximis et Minimis* », dont j'ai déjà parlé, afin de rétablir un équilibre en se soumettant à son tour à la critique de son adversaire. Il ignorait que Descartes avait aussi abordé la recherche des tangentes à une courbe, et plus généralement l'emploi de coordonnées dans le plan. Descartes se crut attaqué de surcroît sur cet autre terrain ; il ne reconnut rien de ce qu'il faisait dans les méthodes de Fermat, et lui répondit en substance que tout cela n'avait aucun sens. Et il écrit à Mersenne, pour justifier la vigueur du ton :

Son « De Maximis » me venant en forme de cartel, de celui qui avait déjà tâché de réfuter ma "Dioptrique" avant même qu'elle ne fut publiée, comme pour l'étouffer avant sa naissance, en ayant eu un exemplaire que je n'avais pas envoyé en France pour ce sujet, il me semble que je ne pouvais lui répondre par des paroles plus douces que j'ai fait sans témoigner quelque lâcheté et quelque faiblesse.

Pour son "De Maximis", j'ai cru que j'en devais retenir l'original et me contenter de vous en renvoyer une copie, vu principalement qu'il contient des fautes qui sont si apparentes, qu'il m'accuserait peut-être de les avoir supposées si je ne retenais sa main pour m'en défendre.

Fermat envoya à son tour à Mersenne une réponse pour Descartes, et celui-ci (qui résidait en Hollande) étant avisé, écrit avec dédain à Mersenne :

Je n'ai pas tant de désir de voir la démonstration de M. Fermat. Lorsqu'il se présentera commodité de me l'adresser par mer, avec quelque balle de marchandises, je ne serai pas marri de l'avoir.

Les amis s'en mêlent : Desargues, Mydorge, Roberval, ce dernier une véritable peste qui ne cherche qu'à envenimer les choses pour régler ses rancunes personnelles. Descartes, de plus en plus agressif, écrit à Mersenne :

Vous me mandez avoir différé d'envoyer ma réponse sur « De Maximis » à M. de Fermat, sur ce que deux de ses amis vous ont dit que je m'étais mépris. En quoi j'admire votre bonté, et pardonnez-moi si j'ajoute votre crédulité... Ils ne vous ont dit cela que pour gagner temps et vous empêcher de la laisser voir à d'autres, donnant cependant tout loisir à leur ami pour penser à me répondre,

et il demande à Mersenne de bien vérifier si ces deux amis n'ont pas profité d'un moment d'inattention pour falsifier son texte ! Pendant ce temps, bien que Gascon et aimant à plaire, Fermat restait calme ; toujours à Mersenne il écrit :

J'attends aussi les réponses de M. des Cartes... S'il y a quelque petite aigreur, comme il est malaisé qu'il n'y en ait, vu la contrariété qui est entre nos sentiments, cela ne doit point vous détourner de me les faire voir, car je vous proteste que cela ne fera aucun effet en mon esprit, qui est si éloigné de vanité que M. des Cartes ne saurait m'estimer si peu que je ne m'estime encore moins.

23 Descartes invente alors une courbe (que nous nommons « folium de Descartes ») combinée par lui pour, pense-t-il, que la méthode de Fermat lui soit inapplicable, et il défie Fermat d'en trouver la tangente. Celui-ci lui renvoie une nouvelle version de ses explications sur la méthode « De Maximis » avec, à la suite, son application au folium donnant la tangente correctement. (Encore un texte qui se trouve dans le cahier de Ricci.)

24 Enfin, à la fin de l'été 1638 les choses s'apaisent. Descartes semble revenir à des sentiments un tout petit peu meilleurs sur Fermat. À propos de l'optique, sur laquelle la dispute avait continué, il écrit à Mersenne :

Pour ce qui est de l'objection de M. Fermat contre ma « dioptrique », il écrit si sérieusement, que je commence à me persuader qu'il croit avoir raison.

25 On les réconcilie enfin. Fermat écrit à Descartes une lettre de raccomodement qui est perdue, et à laquelle le philosophe répond dans le style grandiose et mythologique des grandes occasions du temps :

Monsieur, je n'ai pas eu moins de joie de recevoir la lettre par laquelle vous me faites la faveur de me promettre votre amitié, que si elle me venait d'une maîtresse dont j'aurais passionnément désiré les bonnes grâces. Et vos autres écrits qui ont précédé me font souvenir de la Bradamante de nos poètes, laquelle ne voulait recevoir personne pour serviteur qu'il ne se fut auparavant éprouvé contre elle au combat. Ce n'est pas toutefois que je prétende me comparer à ce Roger qui était seul au monde capable de lui résister. Mais tel que je suis, je vous assure que j'honore extrêmement votre mérite [...]

ce qui ne l'empêche pas *le même jour*, vexé par la réussite de Fermat sur son défi du folium, d'écrire à Mersenne :

Comment aurait-il deviné, ...si cela même ne lui avait été écrit par quelqu'un de chez vous ?

- 26 Ils restèrent tous deux en fait sur leurs positions, s'opposant encore çà et là sur des questions d'importance moindre, si ce n'est qu'en 1658, huit ans après la mort de Descartes, Fermat ayant un peu de temps à perdre, s'amusa à chercher à tirer de son principe du temps minimum, par un calcul qu'il n'avait jamais tenté, les lois de la réfraction ; et il fut tout surpris de trouver exactement les lois de Descartes qui avaient été l'origine de leur querelle vingt ans plus tôt. Sur ce point, ils avaient raison tous deux, mais ils ne s'en étaient jamais aperçu.

## La question du langage dans la communication des idées scientifiques

- 27 Ce dernier détail, qui mesure le degré d'incompréhension durable entre de si puissants génies, suffit à laisser penser qu'au-delà de la simple anecdote la querelle que je viens de relater sommairement est instructive à plus d'un titre.
- 28 Elle permet d'abord, par l'analyse des nombreux textes par lesquels les deux antagonistes s'opposèrent pendant près de deux ans, de comparer leurs pensées scientifiques. Ils ont des abords différents, et du monde physique et de l'emploi des mathématiques pour l'expliquer. C'est là une des explications en profondeur de leurs dissentiments. Mais ce n'est pas mon sujet d'aujourd'hui. J'ai parlé ailleurs autrefois de cet important problème.
- 29 L'autre raison profonde, et que je vais développer, de leur querelle est l'absence, qui leur est commune, d'un langage adapté à la formulation de leurs idées, et j'en viens là à ce second aspect, plus interne, de la communication scientifique que j'avais annoncée : la question du langage scientifique.
- 30 Pour communiquer des idées, des résultats scientifiques, un langage adéquat est indispensable, et le langage usuel de tous les jours s'avère tout à fait impropre à cet usage, pour lequel il est totalement imprécis et ambigu. C'est l'objet principal de la mathématique (et ce n'est que récemment qu'on l'a bien compris) que de fabriquer des langages qui permettent de rendre, compte des diverses sciences, à commencer par les mathématiques elles-mêmes. Énoncer correctement la démonstration d'un théorème de mathématiques, faire correctement la théorie d'une partie de la physique, c'est parler une langue, la « langue mathématique », très éloignée de notre langue maternelle, d'apprentissage long et difficile, et qui peut même aux yeux du profane ne pas ressembler à un « langage », mais qui a été fabriquée pour être appropriée à cet usage. Deux savants de bonne foi, qui connaissent tous deux la partie nécessaire des mathématiques qui traite de ce dont ils discutent, ne peuvent qu'être d'accord, ou l'éventuel désaccord ne peut porter que sur des erreurs matérielles de l'un dont l'autre le convaincra à coup sûr.
- 31 Si Descartes et Fermat disputent sans se convaincre durant des années, c'est parce qu'ils ne disposent pas d'un tel langage. Dans les questions de géométrie pure, ou d'arithmétique, dans l'emploi de ces branches des mathématiques à la géographie, à l'astronomie de position, le langage nécessaire avait été mis au point par les grecs

anciens, par Euclide en particulier. Lorsque Fermat ou Descartes abordent de telles questions – ce qu'ils font abondamment – ils écrivent des textes indubitables. Mis à part les changements de notations, de grammaire, de style, qu'il faut transcrire, une démonstration d'arithmétique de Fermat reste pour nous parfaitement correcte. Entre Descartes et lui, il n'y a pas de dispute sur ces sujets.

- 32 Mais Fermat aborde des parties des mathématiques qui n'existent pas en 1630. Dans son traité « *De Maximis* », il invente le premier les premiers éléments de ce qui sera le « *Calcul différentiel* ». Il défriche les premiers arpents d'une *terre incognita*. Il n'existe pas encore de langage mathématique convenable pour en parler; un tel langage, qui va se former peu à peu tout au long des développements ultérieurs de cette théorie, exigera la lente mise au point de notions neuves et délicates : fonctions, limite, continuité, que personne n'a encore soupçonnées. Fermat ne peut donc employer, pour parler de ce qu'il découvre, que la langue de tous les jours, complètement insuffisante. Il ne peut rien démontrer : il décrit, il affirme, et c'est tout.
- 33 Stimulé par les objections de Descartes, il écrit des dizaines de fois sa méthode de recherche des maximums et minimums, et des tangentes. Ces textes se partagent en deux sortes : Dans les uns, d'aspect théorique, il décrit une recette applicable à toute courbe : Vous prenez une courbe, vous faites ceci, puis cela, et vous obtenez sa tangente. Dans les autres, il prend un exemple : Voici telle courbe ; je fais ceci, puis cela, et vous voyez bien que j'obtiens sa tangente. Il ne démontre rien, et d'ailleurs, pas plus que Descartes, il n'a préalablement *défini* cette tangente, que l'on cherche donc, sans savoir bien ce que l'on cherche.
- 34 Ne croyez pas que je sois en train de minimiser les découvertes de Fermat : il ne pouvait faire autrement. Lui demander de donner, dans un langage correct des définitions et des démonstrations exactes, comme il savait le faire en arithmétique, serait aussi absurde que de demander à Christophe Colomb d'asseoir les descriptions qu'il fait du paysage et des naturels de l'île où il vient d'aborder pour la première fois, sur une cartographie précise et une géologie exacte des Antilles. Ce n'est que parce qu'il y a eu de nombreuses explorations empiriques des Amériques que bien plus tard, cartographes et géologues ont pu faire le travail précis. Ce n'est que parce que Fermat le premier, puis Newton et Leibnitz, puis tout le xviii<sup>e</sup> siècle scientifique ont abordé empiriquement le Calcul différentiel, puis le Calcul intégral et leurs applications au mouvement des planètes, à la mécanique, qu'enfin vers 1820 on put bâtir le langage correct pour traiter de ces questions. Avec ce langage, qui est encore substantiellement le nôtre, nous constatons la profonde exactitude de ce qu'affirme Fermat. Son génie est de l'avoir trouvé, sans moyens, avant tout le monde.
- 35 Il avait en réalité lui-même le sentiment plus ou moins conscient de cet état de choses : Dans plusieurs lettres où il expose sa méthode, il termine en disant à peu près : « Il serait maintenant aisé de rédiger ceci à la façon d'Euclide » (entendez : de donner des démonstrations aussi rigoureuses qu'en arithmétique) « mais cela serait fastidieux et vous voudrez bien m'en dispenser ». Clause de style qu'il aurait été bien incapable de remplir. Le vieux professeur que je suis a passé à répéter à ses élèves :
- Lorsque vous ne pouvez mieux justifier un point par autre chose que « c'est évident », c'est l'indice que vous ne savez pas le faire.
- 36 Il ne faut donc pas s'étonner si Descartes et Fermat ne se comprenaient pas : ils ne disposaient d'aucun langage pour parler de ce qui les opposait. Tout au plus, chacun d'eux, abordant la question par des voies différentes se fabriquait les premiers

linéaments d'un tel langage, différent de celui de l'autre en lequel il ne reconnaissait rien. C'était un dialogue de sourds poursuivant chacun son monologue intérieur.

- 37 Il y a un enseignement épistémologique général à tirer de là : une branche neuve des mathématiques ne peut pas se créer dans la rigueur. Ce n'est pas la seule fois qu'un tel flottement s'est produit dans l'histoire des sciences qui, de ce point de vue, se confond avec celle des mathématiques utilisées comme langage pour parler des sciences. Par exemple, lorsque vers 1880, Cantor crée la théorie des ensembles, il aborde lui aussi avec génie un domaine entièrement neuf, et il fallut attendre jusqu'aux années 30 pour forger le langage apte à en parler correctement. Pendant ces cinquante ans, on retrouve les querelles, les dialogues de sourds, les apparentes contradictions, bref un désordre, aujourd'hui disparu mais qui a donné lieu à des flots d'écrits furieux, désordre qui peut surprendre le profane qui admet mal qu'une théorie mathématique puisse être discutée.
- 38 Aujourd'hui même, la physique théorique rencontre des difficultés, déjà relevées par Einstein qui échoua à les résoudre, avec la présence des deux théories fondamentales et indispensables, mais, malgré les efforts faits, encore incompatibles, que sont la relativité et la mécanique quantique. Bien des savants se demandent si ce n'est pas là le signe de l'insuffisance du langage mathématique actuel pour parler de ces questions, et s'il ne faudrait pas créer à cet effet une nouvelle branche des mathématiques, comme l'avait fait Newton avec le Calcul intégral pour parler de la mécanique céleste.
- 39 Mais une telle création aurait toute chance d'être, à ses débuts, intuitive, vague, peu rigoureuse. Et l'on peut se demander – et j'achèverai là-dessus – si l'enseignement que nous donnons en mathématiques (celui que j'ai moi-même dispensé pendant quarante ans), et qui privilégie de façon si totale la rigueur absolue, en ne considérant la découverte intuitive que comme nulle et non avenue, ne risque pas d'étouffer dans l'œuf tout essai de mise au point d'une branche neuve qui ne pourrait pas être à ses débuts rigoureuse. Il ne faut pas se dissimuler ces deux certitudes troublantes : d'une part Fermat fut l'un des plus grands mathématiciens de l'histoire ; d'autre part, avec les normes universitaires d'aujourd'hui, son traité « *De maximis* » le ferait à coup sûr reculer à une thèse de troisième cycle. N'est-ce pas inquiétant ?

---

AUTEUR

ROGER PAINTANDRE

Toulouse